

3.3 ПРИКИДКА (ОЦЕНКА)

В случаях, когда не знаем точного значения, мы используем прикидку (оценку).

Прикидка – это процесс нахождения приближённого значения числа или величины.

В этом разделе мы рассмотрим способы использования прикидки в повседневной жизни.

А Прикидка (оценка) чисел

В жизни мы сталкиваемся со случаями, когда нужно посчитать сумму с помощью прикидки, так как под рукой нет калькулятора. Рассмотрим некоторые способы прикидки, помогающие выполнять более точные округления.



КЛЮЧЕВЫЕ ТЕРМИНЫ

- прикидка
- способы прикидки
- групповое значение
- шаблонные измерения
- способ разбора-сбора (декомпозиция-рекомпозиция)
- промежуточные погрешности



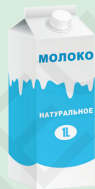
АКТИВИЗИРУЮЩЕЕ ЗАДАНИЕ 2

Цель: изучение способов прикидки чисел.

Работайте в группах. Обсудите способы прикидки, которые можно использовать в следующих случаях. Сравните свои способы прикидки со способами других групп.

Ситуация 1

Мадина хочет купить 1 пакет молока, 1 упаковку кукурузных хлопьев и 4 булочки. У неё имеется 30 000 сумов.



22 500 сумов



3450 сумов



2800 сумов

Без использования калькулятора, с помощью прикидки вычислите, достаточно ли у Мадины денег для этой покупки.

Ситуация 2

1180 учащихся собрались поехать на экскурсию на автобусе. Вместимость автобуса – 40 человек. Без использования калькулятора, с помощью прикидки вычислите необходимое число автобусов для экскурсии.

Ситуация 3

Заработные платы 5 работников предприятия равны 3 150 000 сумов, 2 980 000 сумов, 3 040 000 сумов, 2 890 000 сумов и 2 950 000 сумов соответственно. Без использования калькулятора, с помощью прикидки вычислите общую заработную плату 5 работников.

Один из способов прикидки значения числа – это округление числа с недостатком или с избытком. В каких ситуациях **активизирующего задания 2** вы можете воспользоваться этим способом?

При оценке суммы чисел, в тех случаях, когда значения чисел близки друг к другу, мы можем вместо каждого числа выбрать их **групповое значение**. Групповое значение можно выбрать, оценив среднее арифметическое данных чисел.

В **ситуации 3** заработная плата каждого работника составляет приблизительно 3 000 000 сумов. Таким образом, за групповую стоимость мы можем принять 3 000 000 сумов. Оценочная заработная плата 5 работников = $3\,000\,000 \text{ сумов} \times 5 = 15\,000\,000 \text{ сумов}$.

10 ПРИМЕР

194 сотрудника компании приглашены работодателем в кино. Цена 1 билета составляет 9800 сумов. Хватит ли 2 000 000 сумов на покупку билетов для всех сотрудников? Обоснуйте свой ответ.

РЕШЕНИЕ

Числа можно округлить следующим образом:

9 800 сумов $\approx$ 10 000 сумов, 194 $\approx$ 200

Прикидка общей стоимости билетов = $200 \times 10\,000$ сумов
= 2 000 000 сумов

И число сотрудников, и цена билетов округлены с избытком, поэтому точная цена будет меньше 2 000 000 сумов. Значит, для покупки всех билетов

2 000 000 сумов будет достаточно.

10 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Порция обеда стоит 39 900 сумов. На обед пригласили 56 человек.

Без использования калькулятора определите, превысит или не превысит сумма за оплату обеда отметку в 2 500 000 сумов. Обоснуйте свой ответ.

11 ПРИМЕР

Гульнур хочет купить некоторые товары в интернет-магазине в рамках специальной акции. По условиям акции, если она потратит 200 000 сумов, то покупку доставят бесплатно. Она хочет купить следующие товары. Будет ли у неё бесплатная доставка? Обоснуйте свой ответ.



РЕШЕНИЕ

Цены округлим с недостатком до десятков тысяч сумов следующим образом:

39 500 сумов $\approx$ 30 000 сумов, 12 000 сумов $\approx$ 10 000 сумов;

139 000 сумов $\approx$ 130 000 сумов, 45 000 сумов $\approx$ 40 000 сумов.

Прикидочная стоимость четырёх товаров = 30 000 сумов + 10 000 сумов +
130 000 сумов + 40 000 сумов = 210 000 сумов > 200 000 сумов.

Так как округляли с недостатком и прикидочная стоимость больше 200 000 сумов, то точная цена покупки будет больше 200 000 сумов. Гульнур может воспользоваться бесплатной доставкой.



ОБСУДИТЕ

Дониёр хочет купить два товара в интернет-магазине в рамках специальной акции. Цены товаров: 109 500 сумов и 99 500 сумов.

Округлив каждую цену с недостатком следующим образом, он прикинул общую сумму:

109 500 сумов $\approx$
100 000 сумов,
99 500 сумов $\approx$
90 000 сумов.

Общая сумма:
= 100 000 сумов +
90 000 сумов
= 190 000 сумов <
200 000 сумов.

Означает ли это, что он не может воспользоваться бесплатной доставкой? Обоснуйте свой ответ.

Тётя Малика купила 110 чехлов для телефона по 36 000 сумов. Она продала их по 89 500 сумов каждый. Без использования калькулятора определите, превысит или не превысит доход от продажи чехлов отметку в 5 000 000 сумов. Обоснуйте свой ответ.

Рост пяти баскетболистов: 179 см, 183 см, 184 см, 175 см и 182 см.
Вычислите с помощью прикидки:

- а) общий рост пяти баскетболистов;
- б) средний рост баскетболистов.

РЕШЕНИЕ

$$\begin{aligned} \text{а) } & 179 + 183 + 184 + 175 + 182 \\ & \approx 180 + 180 + 180 + 180 + 180 \\ & = 180 \times 5 \\ & = 900 \end{aligned}$$

Групповое значение примите ≈ 180 см.

$\therefore$ Общий рост пяти баскетболистов равен 900 см.

- б) Средний рост баскетболистов ≈ 180 см. Групповое значение.

Памятка Групповое значение представляет собой прикидку среднего арифметического заданных чисел.



ПОДУМАЙТЕ

В каком из следующих случаев лучше всего прикинуть сумму чисел, используя понятие группового значения? Обоснуйте свой ответ.

- а) 31, 32, 28, 33, 27;
- б) 4, 15, 3, 59, 30.

Дана масса шестерых детей: 53 kg, 56 kg, 61 kg, 52 kg, 59 kg и 54 kg.

Используя понятие группового значения, вычислите с помощью прикидки:

- а) общую массу детей;
- б) среднюю массу детей.

В Измерение с помощью прикидки

Мы часто используем специальные инструменты для измерения длины и расстояния. Как мы можем оценить измерения без этих инструментов?

Изучим несколько способов измерений с помощью прикидки.



АКТИВИЗИРУЮЩЕЕ ЗАДАНИЕ 3

Цель: освоение способов измерения с помощью прикидки.

Работайте в группах.

Рассмотрим следующие ситуации. Обсудите способы, которые можно использовать для измерения с помощью прикидки. Поделитесь своими способами прикидки и сравните их со способами других групп.

Ситуация 1

- а) 1)  Оцените длину отрезка AB на глаз.
- 2) Укажите другой способ оценки длины AB .
- 3) Сравните значения в 1) и 2). Что вы заметили?
- б) 1) Измерьте длину AB с помощью линейки.
- 2) Близки ли ответы из пунктов а1) и а2) к точному значению AB ?

Ситуация 2

Предложите способ измерения длины кабинета с помощью прикидки.

Ситуация 3

Предложите способ измерения с помощью прикидки высоты 25-этажного дома, используя значение высоты между двумя этажами.

В расчётах мы часто используем **шаблонные (эталонные) меры**. Например, в **ситуации 1** для прикидки длины отрезка AB в качестве шаблонной меры мы можем использовать монету номиналом 500 сумов, диаметр которой равен 2,5 см.

В **ситуации 2** для измерения длины кабинета в качестве шаблонной меры мы можем использовать длину пяди или шага.

Но объект можно измерить и без шаблонной меры – путём разделения его на несколько частей. В подобном случае перед измерением объекта мы с помощью прикидки оцениваем каждую его часть. Этот способ называется способом **разбора-сбора** (декомпозиции-рекомпозиции).

В **ситуации 3**, если предположить, что высота между двумя этажами составляет 3 м, то её можно оценить следующим образом: оценочная высота 25-этажного дома = $25 \times 3 = 75$ м.



ЭТО ИНТЕРЕСНО!

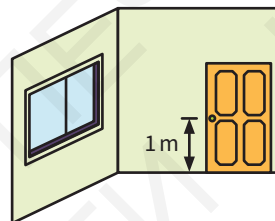
В Древнем Египте в качестве меры измерения длины использовался кубит. Кубит – это расстояние от локтя человека до кончика среднего пальца.



13 ПРИМЕР

Согласно чертежу, дверная ручка находится на высоте 1 м от пола. Оцените следующее:

- a) высоту двери;
- b) высоту потолка.



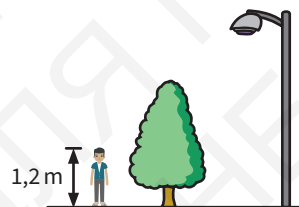
РЕШЕНИЕ

- a) Примем за шаблонную меру высоту дверной ручки от пола.
Высота двери:
 $\approx$ в 2 раза больше высоты дверной ручки от пола.
 $= 2 \times 1$
 $= 2 \text{ м}$
- b) Высота потолка:
 $\approx$ в 3 раза больше высоты дверной ручки от пола.
 $= 3 \times 1$
 $= 3 \text{ м}$

13 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

На рисунке изображён мальчик, рост которого равен 1,2 м. Найдите:

- a) высоту дерева;
- b) высоту фонарного столба.



14 ПРИМЕР

Вдоль одной стены здания расположены 3 магазина. Определите длину стены здания, если длина каждого магазина составляет приблизительно 4 м.

РЕШЕНИЕ

Длина стены здания = общая длина магазинов
 $\approx 3 \times$ длина магазина
 $\approx 3 \times 4$
 $= 12 \text{ м}$

14 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

На столе стоит стопка из 10 книг. Определите высоту стопки, если толщина каждой книги составляет приблизительно 2 см.



С Оценка результатов расчёта

Иногда при вычислении значения числового выражения с использованием калькулятора получается неправильный ответ. Это происходит тогда, когда вы нажимаете другую кнопку или другую последовательность кнопок. В таких случаях мы можем использовать прикидку, чтобы проверить результат.

15 ПРИМЕР

Мурод вычислил значение каждого числового выражения и получил следующие результаты:

a) $62,9 - 4,67 \times 18,62 = 542,0446$;

b) $\sqrt{83} \div \sqrt[3]{130} = 1,798420573$.

Проверьте правильность каждого ответа с помощью прикидки.

РЕШЕНИЕ

a) Округлив числа до 1 значащей цифры, прикинем:

$$\begin{aligned} 62,9 - 4,67 \times 18,62 &\approx 60 - 5 \times 20 && \text{Каждое число округлено} \\ &= 60 - 100 && \text{до 1 значащей цифры.} \\ &= -40 \end{aligned}$$

Оценочное значение равно -40 и не является близким к числу $542,0446$. Значит, ответ Мурода неверный. Оценочное значение -40 ближе к точному ответу $-24,0554$.

b) Используя округлённые значения, из которых можно легко вычислить квадратные и кубические корни, мы можем сделать прикидку следующим образом:

$$\begin{aligned} \sqrt{83} \div \sqrt[3]{130} &\approx \sqrt{81} \div \sqrt[3]{125} && 9^2 = 81, 5^3 = 125 \\ &= 9 \div 5 \\ &= 1,8. \end{aligned}$$

Оценочное значение $1,8$ ближе к $1,798420573$. Значит, ответ Мурода верный.

15 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Жасур вычислил значение каждого выражения и получил следующие результаты:

a) $79,5 - 33,21 \times 29,52 = -185,3592$;

b) $\sqrt[3]{7900} \div \sqrt{50} = 12,569\,805\,09$.

Проверьте правильность каждого ответа с помощью прикидки.

D Промежуточные погрешности

На промежуточных этапах расчёта мы можем столкнуться с неточными значениями. Например, $\sqrt{2} = 1,414\,213\,562\,37 \dots$ Предположим, нам нужно выразить окончательный ответ с точностью до 3 значащих цифр. До какого количества значащих цифр мы должны округлить число 1,414 213 562 37?



АКТИВИЗИРУЮЩЕЕ ЗАДАНИЕ 4

Цель: оценка погрешности.

Учитель приводит доказательство того, что $0,(9) = 1$.

Доказательство:

Поскольку $0,(3) + 0,(3) + 0,(3) = 0,(9)$

$$\frac{1}{3} = 0,(3),$$

то $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0,(9).$

Также, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$, значит $0,(9) = 1$.

Гули при выполнении этого задания другим способом получила другой ответ.

$$\frac{1}{3} \approx 0,3$$

Следовательно, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \approx 0,3 + 0,3 + 0,3$
 $= 0,9$ (округлено до 1 значащей цифры)

Она также поняла, что после округления значения учителя и её ответа получится число с 1 значащей цифрой.

- 1 До какого количества значащих цифр Гули округлила дробь $\frac{1}{3}$?
- 2 Как бы изменился её ответ, если бы она при промежуточных вычислениях округлила дробь $\frac{1}{3}$ до 2 значащих цифр? Заполните следующие поля.

$$\frac{1}{3} = \boxed{} \quad (\text{округлено до 2 значащих цифр})$$

Следовательно, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \approx \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}$

$$= \boxed{}$$

$$= \boxed{} \quad (\text{округлено до 1 значащей цифры})$$

- 3 Был бы ответ Гули таким же, как у учителя, если бы она округлила дробь $\frac{1}{3}$ до 3 значащих цифр?

Если в **активизирующем задании 4** на промежуточных этапах вместо точных значений использовать округлённые значения, окончательный ответ может отличаться от точного. Эти **промежуточные погрешности** вызваны погрешностями после округления разных степеней точности.

Однако при округлении $\frac{1}{3}$ до 2 или 3 значащих цифр получим такой же ответ, как и при округлении до 1 значащей цифры. В целом это также верно. Если окончательный ответ надо округлить до n значащих цифр, то значения промежуточных этапов надо будет округлять как минимум до $(n + 1)$ значащей цифры.



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Если окончательный ответ должен быть округлён до 3 значащих цифр, то значения промежуточных этапов должны быть округлены как минимум до 4 значащих цифр.

16 ПРИМЕР

Площадь квадратной плитки составляет 2 м^2 . Найдите периметр плитки, округлив ответ до 3 значащих цифр.

РЕШЕНИЕ

Площадь квадратной плитки $= 2 \text{ м}^2$

$$\begin{aligned}\text{Длина стороны квадратной плитки} &= \sqrt{2} \\ &= 1,414 \text{ м (округлено до 4 значащих цифр)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Периметр квадратной плитки} &= 1,414 \times 4 \\ &= 5,656 \\ &= 5,66 \text{ м (округлено до 3 значащих цифр)}\end{aligned}$$

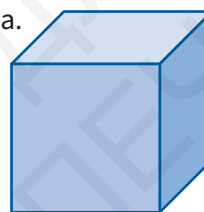


ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Так как в **активирующем задании 4** ответ должен быть округлён до 3 значащих цифр, то значения промежуточных этапов должны быть округлены как минимум до 4 значащих цифр. Если в **примере 16** значения промежуточных этапов округлить до 3 з. ц., то есть, если значение будет равно 1,41, то окончательный ответ будет 5,64 м, а это неправильный ответ. Если при вычислении периметра использовать формулу: $\sqrt{2} \times 4$, то при округлении до 3 з. ц. получим ответ 5,66.

16 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Объём куба равен 10 см^3 . Найдите периметр одной грани куба. Ответ выразите в виде десятичной дроби с помощью калькулятора и округлите до сотых.



3.3 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

НАЧАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

- Вычислите без использования калькулятора, округлив все числа в выражении до 1 з. ц.
 - $125 + 3,91 \times 27,48$
 - $13,24 \times 4,83 \times 6,09$
 - $38\,467 \times 0,00296$
 - $1878 \div 19,2 \div 4,14$
 - $(16,9 - 5,47) \times 7,09$
 - $6,25^2 \div 4,38$
- Вычислите с использованием калькулятора. Округлите ответы до 1 з. ц.
 - $(159 - 60,3) \times 7,58$
 - $6,03^2 \div 1,48$
 - $\sqrt{\frac{14,76 \times 80,2}{2,99}}$
 - $\frac{23,33 \times 1,991}{(0,202)^3}$

- Проверьте правильность ответа каждого выражения с помощью прикидки.
 - $347 - 482 + 659 = -500$
 - $23,92 \times 4,801 = 1200$
 - $\sqrt{45} \div \sqrt[3]{9} \times \sqrt{99} = 87,4423591$
 - $\sqrt[3]{64} \div 0,418 = 10$

СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ

- У Мансура первоначально было 345 800 сумов. В супермаркете он потратил на покупку 4 товаров 36 100 сумов, 8600 сумов, 40 500 сумов и 29 900 сумов. Найдите оставшуюся сумму денег Мансура, округлив цену каждого товара до десятков тысяч сумов.
- В соревнованиях по прыжкам в длину спортсмен за 4 попытки зафиксировал следующие показатели: 7,58 м, 7,62 м, 7,54 м и 7,63 м. Оцените без использования калькулятора:
 - общую длину 4 прыжков,
 - среднюю длину 4 прыжков.

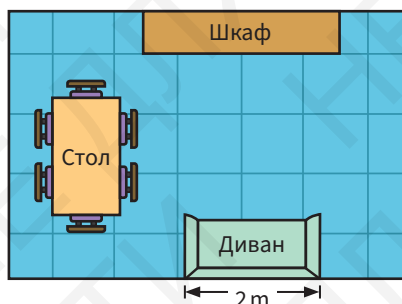
6 Дано выражение

$$4,5012 - 3,2167 - 6,7183.$$

- Округлите значение выражения до 3 з. ц.
- Вычислите значение выражения, округлив каждое число выражения до 3 з. ц. Округлите ответ до 3 з. ц.
- Ответы **a)** и **b)** равны? Если нет, то какой из ответов точнее?

7 Ниже представлен чертёж комнаты в масштабе. Оцените следующее, если длина дивана составляет 2 м:

- длину шкафа;
- ширину стола.



8 Длина земельного участка прямоугольной формы равна 64,19 м, а ширина – 25,68 м.

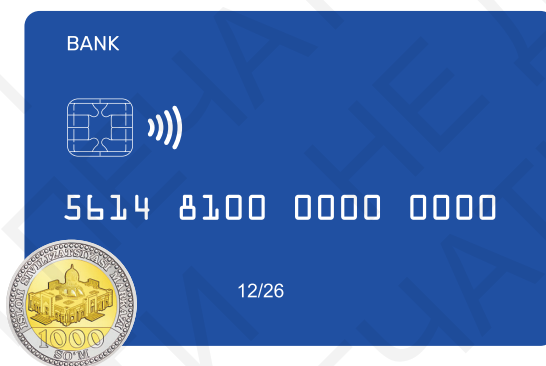
- Вычислите площадь участка, округлив ответ до 2 з. ц.
- Округлите длину до 2 з. ц.
 - Округлите ширину до 2 з. ц.
 - Используя округлённые значения из пунктов **1)** и **2)**, вычислите площадь участка, округлив до 2 з. ц.
- Равны ли ответы из пунктов **a)** и **b) 3)**? Если не равны, то какой ответ точнее?

ВЫСОКИЙ УРОВЕНЬ

9
открыто

В пробке на Ташкентской кольцевой дороге стоят 96 машин. Оцените длину пробки с помощью прикидки, если длина каждой машины равна приблизительно 4,5 м. Какое ещё предположение можно сделать при оценке?

10



Нортой и Фаррух для оценки площади пластиковой карты использовали следующие способы.

Способ Нортоя:

- Шаг 1** Вычислить площадь одной монеты.
- Шаг 2** Оценить число монет, которыми можно покрыть пластиковую карту.
- Шаг 3** Оценить площадь карты.

Способ Фарруха:

- Шаг 1** С помощью монеты оценить длину и ширину карты.
- Шаг 2** Оценить площадь карты.

Чей способ оценки площади пластиковой карты точнее? Обоснуйте свой ответ.

11
открыто

Максимальная грузоподъёмность лифта – 600 kg. У лифта стоят 8 человек, масса которых составляет: 71,8 kg, 73,4 kg, 75,3 kg, 74,8 kg, 76,4 kg, 73,9 kg, 78,4 kg и 77,4 kg.

- Оцените общую массу людей, округлив массу каждого человека до 2 з. ц.
- Можно ли всем людям одновременно зайти в лифт, учитывая грузоподъёмность лифта и округлённые значения из пункта **a)**?
- Найдите точную массу 8 человек и сравните с ответом из пункта **b)**.
- Определите с помощью прикидки число людей, при котором лифт не будет перегружен.