



ГЛАВА 3

Приближённое значение числа и прикидка (оценка)

- 3.1 Округление натуральных чисел до заданного разряда
- 3.2 Округление чисел до значащей цифры
- 3.3 Прикидка (оценка)

На Азиатских играх 2023 года, прошедших в Китае, спортсмены Республики Узбекистан заняли 5-е место в общекомандном зачёте. В частности, наша спортсменка Ольга Забелинская, участвовавшая в велопрограмме, завоевала золотую медаль. Наша соотечественница зафиксировала время 24,37 минуты на дистанции 18,3 km.

Обратите внимание на точность приборов, используемых для измерения времени гонок. Значение 24,37 приближённое или точное? Почему мы часто используем округление и прикидку (оценку) в повседневной жизни?

В этой главе мы изучим:

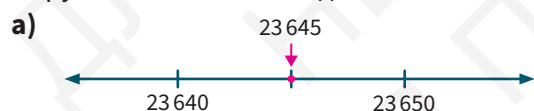
- нахождение приближённого значения чисел через округление следующим образом:
 - до разряда единиц, десятков, сотен и т. д.;
 - до одной цифры после запятой и до двух цифр после запятой;
 - до значащей цифры;
- округление через прикидку (оценку);
- использование прикидки в жизненных ситуациях.

ОКРУГЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ДО ДАННОГО РАЗРЯДА

Правила округления

Округление – это нахождение соответствующего значения величины по степени точности. **При округлении** целых чисел до ближайших десятков, сотен и тысяч **степень точности** для каждого результата будет разной. Для округления чисел мы можем использовать числовую ось.

Округлите число 23 645 до ближайших: **а)** десятков, **б)** сотен, **с)** тысяч.

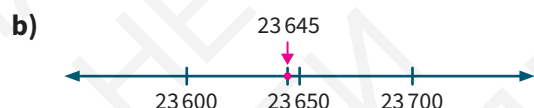


На числовой оси число 23 645 является серединой между числами 23 640 и 23 650. Согласно правилу, 23 645 округлим до 23 650.

$23\ 645 \approx 23\ 650$ или

запишем: $23\ 645 = 23\ 650$ (округлено до разряда десятков)

↑
Степень точности

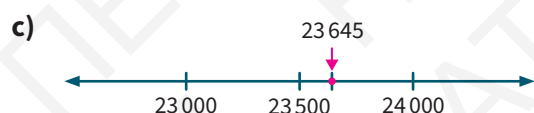


Число 23 645 ближе к числу 23 600, чем к 23 700. Округлим 23 645 до 23 600.

$23\ 645 \approx 23\ 600$ или

запишем: $23\ 645 = 23\ 600$ (округлено до разряда сотен)

↑
Степень точности



Число 23 645 ближе к 24 000, чем к 23 000. Округлим 23 645 до 24 000.

$23\ 645 \approx 24\ 000$ или

запишем: $23\ 645 = 24\ 000$ (округлено до разряда тысяч)

↑
Степень точности

Из процесса округления чисел делаем следующие выводы:

Округление чисел до ближайших...	Цифра в разряде	Цифра 5 или больше 5	Меньше цифры 5
10	Цифра в разряде единиц	Округление с избытком	Округление с недостатком
100	Цифра в разряде десятков	Округление с избытком	Округление с недостатком
1000	Цифра в разряде сотен	Округление с избытком	Округление с недостатком

При округлении чисел до определённого разряда:

- Посмотрите на цифру обозначенного разряда.
- Посмотрите на цифру, стоящую справа от найденной цифры: если это цифра 5 или больше 5, то округляйте с избытком; если меньше 5, то округляйте с недостатком.



КЛЮЧЕВЫЕ ТЕРМИНЫ

- приближённое значение
- округление
- степень точности
- срединная точка
- округление с избытком
- округление с недостатком

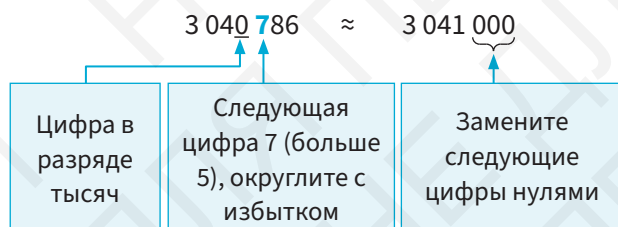
1 ПРИМЕР

Население города Ташкента в январе 2024 года составляло 3 040 786 человек. Округлите это число до:

- а) разряда тысяч б) разряда миллионов

РЕШЕНИЕ

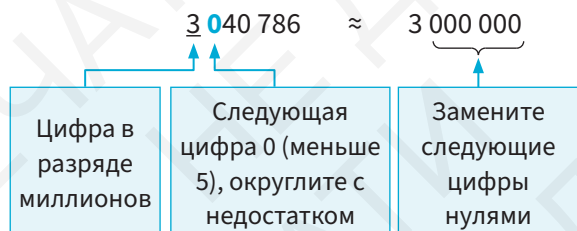
- а) Посмотрите на разряд тысяч. В разряде тысяч числа 3 040 786 стоит цифра 0.



3 040 786 = 3 041 000 (округлено до разряда тысяч)

↑
Степень округления

- б) Посмотрите на разряд миллионов. В разряде миллионов числа 3 040 786 стоит цифра 3.

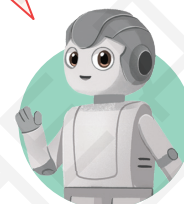


3 040 786 = 3 000 000 (округлено до разряда миллионов)

↑
Степень округления

ОБОЗНАЧЕНИЯ

Знак $\approx$ означает «приблизительно равно». В этом случае необязательно показывать степень точности. Но знак $=$ означает «точно равно». Поэтому при записи ответа со знаком $=$ в скобках надо указать степень точности приближённого значения. Знание того, что означает каждая запись и знание правил её использования облегчают математические вычисления.



1 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Число новорождённых в Узбекистане в 2022 году составило 932 192 человека. Округлите это число до:

- а) разряда десятков б) разряда сотен в) разряда десятков тысяч



ПОДУМАЙТЕ

Учащийся округлил число 5 610 475 до разряда тысяч в трёх действиях.

5 610 475 = 5 610 480 (до разряда десятков)

5 610 480 = 5 610 500 (до разряда сотен)

5 610 500 = 5 611 000 (до разряда тысяч)

Правильно ли он выполнил округление? Обоснуйте свой ответ.

Округление десятичных дробей до определённого разряда после запятой

Используя правила округления до целых чисел, можно округлить десятичные дроби по следующим правилам:

Округление чисел до указанного разряда после запятой	Цифра в разряде, на которую надо обратить внимание	Цифра 5 или больше 5	Меньше цифры 5
До 1-го разряда	Цифра в разряде сотых	Округление с избытком	Округление с недостатком
До 2-го разряда	Цифра в разряде тысячных	Округление с избытком	Округление с недостатком
До 3-го разряда	Цифра в разряде десяти-тысячных	Округление с избытком	Округление с недостатком

При округлении десятичных дробей до определённого разряда после запятой:

- Посмотрите на цифру обозначенного разряда после запятой.
- Посмотрите на цифру, стоящую справа от этой цифры: если это цифра 5 или больше 5, то округлите с избытком; если меньше 5, то округлите с недостатком.

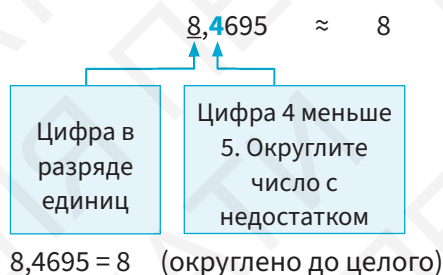
2 ПРИМЕР

Округлите число 8,4695.

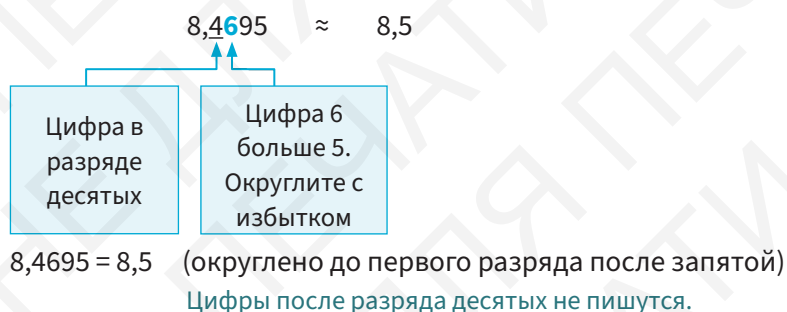
- а) до целого; б) до 1-го разряда после запятой;
 в) до 2-го разряда после запятой; д) до тысячных.

РЕШЕНИЕ

- а) Посмотрите на разряд единиц.
 В разряде единиц числа 8,4695 стоит цифра 8.



- б) Посмотрите на цифру в разряде десятых.
 В разряде десятых числа 8,4695 стоит цифра 4.



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

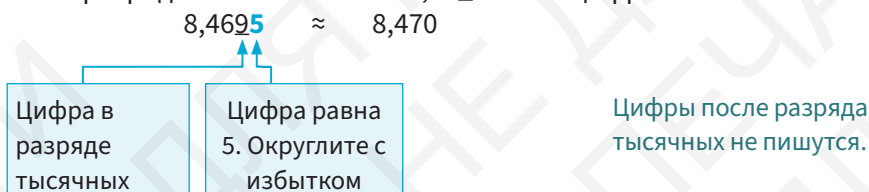
Степень точности округления можно сформулировать так: до первой цифры после запятой – до десятых; до второй цифры после запятой – до сотых; до третьей цифры после запятой – до тысячных и т. д.

- с) Посмотрите на цифру в разряде сотых.
В разряде сотых числа 8,4695 стоит цифра 6.



$8,4695 = 8,47$ (округлено до сотых)
Цифры после разряда сотых не пишутся.

- д) Посмотрите на цифру в разряде тысячных.
В разряде тысячных числа 8,4695 стоит цифра 9.



$8,4695 = 8,470$ (округлено до тысячных)

Памятка Чтобы показать, что число округлено до разряда тысячных, к разряду тысячных приписывается цифра 0.



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Сравнив пункты с) и d) в примере 2, мы видим, что, округлив 8,4695 до 3-го разряда после запятой, полученное значение 8,470 будет более точным, чем 8,47, округлённое до сотых. Таким образом, приближённое значение, округлённое до большего количества десятичных знаков, будет иметь более высокую степень точности.

2 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Округлите число 9,00350.

- а) 1) до десятых; 2) до сотых;
3) до 3-го разряда после запятой; 4) до десятичных знаков.
б) Равны ли ответы 1) и 2) из пункта (а)? Обоснуйте свой ответ.

3 ПРИМЕР

- а) Вычислите: $3\frac{4}{7} \times \left(-2\frac{1}{15}\right)$.
б) Округлите ответ до 4-го разряда после запятой.

РЕШЕНИЕ

$$\begin{aligned} \text{а) } 3\frac{4}{7} \times \left(-2\frac{1}{15}\right) &= \frac{25}{7} \times \left(-\frac{31}{15}\right) \\ &= -\frac{155}{21} \\ &= -7\frac{8}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } -7\frac{8}{21} &= -7 - \frac{8}{21} \\ &= -7 - 0,(380952) \\ &= -7,(380952) \\ &= -7,3810 \quad (\text{округлено до 4-го разряда после запятой}) \end{aligned}$$



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Проверьте:

Нажмите $\frac{3}{7} \times \frac{4}{15}$ $\rightarrow$ 3 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 7 $\rightarrow$ $\times$ $\rightarrow$ $\frac{1}{15}$ $\rightarrow$ (-) $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 1

$\rightarrow$ 15 = $a \frac{b}{c} \leftrightarrow \frac{a}{c}$

Ответ: $-7\frac{8}{21}$.

3 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

- а) Вычислите: $3\frac{7}{11} \times \left(-1\frac{9}{20}\right)$.
б) Округлите ответ до 4-го разряда после запятой.

4 ПРИМЕР

Длина первого прямоугольника равна 3,85 dm, а ширина – 2,07 dm. Длина второго прямоугольника – 29,90 dm, а ширина – 0,735 dm. Сколько понадобится бумаги, чтобы покрыть площадь этих прямоугольников? Выразите ответ с точностью до:

- a) квадратного дециметра; b) квадратного сантиметра.

РЕШЕНИЕ

- a) Общая площадь бумаги для покрытия = $(3,85 \times 2,07) + (29,90 \times 0,735)$
= 7,9695 + 21,9765
= 29,9460 (dm²)
= 30 dm² (округлено до квадратных дециметров)
- b) Общая площадь бумаги для покрытия = 29,9460 (dm²)
= $29,9460 \times 100$
= 2994,60 cm²
= 2995 cm² (округлено до квадратных сантиметров)



Когда единицей измерения является квадратный дециметр, выражение «округлено до ближайших квадратных сантиметров» эквивалентно выражению «округлено до 2 знаков после запятой», так как $1 \text{ см}^2 = 0,01 \text{ дм}^2$.

4 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Лола купила 8 упаковок фруктового сока и 3 пачки сливочного масла. Масса упаковки фруктового сока составляет 1,08 kg, а масса пачки сливочного масла – 0,25 kg. Какова общая масса покупки? Выразите ответ с точностью до:

- a) килограммов b) граммов

5 ПРИМЕР

Штангенциркуль – это инструмент, измеряющий длину с точностью до 0,1 mm. Юсуф измерил диаметр карандаша с помощью штангенциркуля и записал его значение как 6 mm (округлив до целого числа). Найдите:

- a) наибольшее возможное значение диаметра карандаша b) наименьшее возможное значение диаметра карандаша

РЕШЕНИЕ

- a) Наибольшее значение диаметра карандаша при измерении штангенциркулем равно 6,4 mm.

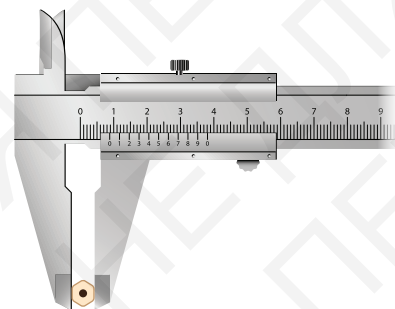


После запятой есть одна цифра. После числа 6,4 следующее число с одной цифрой после запятой – число 6,5. Но это число при округлении будет равным 7.

- b) Наименьшее значение диаметра карандаша при измерении штангенциркулем равно 5,5 mm.



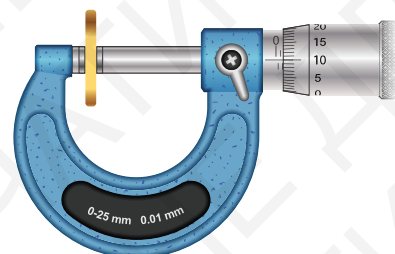
После запятой есть одна цифра. До числа 5,5 предшествующее число с одной цифрой после запятой – число 5,4. Но это число при округлении будет равным 5.



5 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Микрометр – это инструмент, измеряющий длину с точностью до 0,01 mm. Жамшид измерил толщину монеты с помощью микрометра и записал её значение как 1,6 mm (округлив до разряда десятых). Найдите:

- a) наибольшее возможное значение толщины монеты b) наименьшее возможное значение толщины монеты



3.1 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

НАЧАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

- 1 Округлите числа до целых.
а) 13,4 б) 321,8
- 2 Округлите числа до сотен.
а) 7289 б) 13 562
- 3 Округлите числа до 1-го разряда после запятой.
а) 23,69 б) 0,72
- 4 Округлите числа до 2-го разряда после запятой.
а) 10,7543 б) 2,9968
- 5 Округлите числа до 3-го разряда после запятой.
а) 0,04025 б) 17,92653
- 6 Округлите числа до 4-го разряда после запятой.
а) 3,004056 б) 18,471984

СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ

- 7 а) Вычислите: $(-13) \times [(-17) + (-12)]$
б) Округлите ответ до десятков.
- 8 Вычислите. Округлите ответ до 3-го разряда после запятой.
а) $\frac{2}{3} \times (-8 + 12)$ б) $4\frac{1}{7} - 5\frac{1}{8}$
в) $-4\frac{2}{9} \div 1\frac{7}{12}$ д) $\frac{\sqrt{17^2 - 8^2}}{13}$
- 9 Вместимость водохранилища составляет $27\,800\,000\text{ м}^3$. Округлите это число до миллионов м^3 .
- 10 Площадь дома составляет $84,5\text{ м}^2$.
а) Округлите это значение до:
1) 1 м^2 , 2) 10 м^2 .
б) Какова цена одного квадратного метра, если цена всего дома составляет $725\,000\,000$ сумов? Округлите получившееся значение до сумов.

- 11 Рабочий измерил высоту детали штангенциркулем и записал ответ: $2,1036\text{ см}$.
а) Округлите это значение:
1) до 1-го разряда после запятой,
2) до 2-го разряда после запятой.
б) Какое из округлений в пункте а) точнее? Обоснуйте свой ответ.

ВЫСОКИЙ УРОВЕНЬ

- 12 Натуральное число n , округлённое до десятков, равно 920.
а) Число a на числовой оси будет серединой между 910 и 920, а число b – серединой между 920 и 930.
- 
- 1) Найдите значения a и b .
2) Найдите наибольшее и наименьшее значения n .
б) Если n – это десятичная дробь с одной цифрой после запятой, то каким будет ответ а) 2)?
- 13 Население Самарканда в 2023 году составило $573\,200$ человек (округлено до сотен). Найдите:
а) наибольшее возможное число населения Самарканда в том году,
б) наименьшее возможное число населения Самарканда в том году.
- 14 Время забега Мансура на дистанцию 100 м было зафиксировано с помощью хронометра. Хронометр зафиксировал время $11,96\text{ с}$ (округлено до 2-го разряда после запятой). Найдите наибольшее значение времени, если степень точности хронометра составляет:
а) $0,001\text{ с}$ б) $0,0001\text{ с}$