

1.4 SONNING KVADRAT ILDIZI VA KUB ILDIZI

A Kvadrat ildiz

Sonlar daraja ko'inishida $3 \times 3 = 3^2$ kabi yozilishi mumkin. " 3^2 " ifodasi "3 ning kvadrati". $3^2 = 9$ bo'lgani uchun 9 soni 3 ning **kvadrati** deyiladi.

Shuningdek, 3 soni 9 ning **arifmetik kvadrat ildizi** (yoki qisqacha, **kvadrat ildizi**) deyiladi va $\sqrt{9} = 3$ ko'inishida yoziladi.

Xuddi shunday

$$2^2 = 2 \times 2 = 4 \quad \text{va} \quad \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2,$$

$$4^2 = 4 \times 4 = 16 \quad \text{va} \quad \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4,$$

$$5^2 = 5 \times 5 = 25 \quad \text{va} \quad \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5.$$

1, 4, 9, 16, 25, ... sonlari **to'la kvadrat sonlar** yoki **kvadrat sonlar** deyiladi.

Tub ko'paytuvchilarga ajratishdan foydalanib to'la kvadratning kvadrat ildizini topishimiz mumkin.

Kvadrat ildizi natural son yoki 0 bo'lgan son **to'la kvadrat** deyiladi.

13 MISOL

144 ni daraja ko'inishida tub ko'paytuvchilarning ko'paytmasi shaklida yozing. Undan $\sqrt{144}$ ni toping.

TAHLIL

144 to'la kvadrat son bo'ladi. Uni ikkita bir xil sonning yoki ikkita bir xil tub ko'paytuvchilar guruhi ko'paytmasi shaklida yozamiz.

YECHISH

144 ni tub ko'paytuvchilarning ko'paytmasi shaklida yozamiz.

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ = 2^4 \times 3^2$$

Tub ko'paytuvchilarni ikkita bir xil guruhga ajratishimiz mumkin.

$$144 = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3) \\ = (2^2 \times 3) \times (2^2 \times 3) \\ = (2^2 \times 3)^2$$

$$\therefore \sqrt{144} = \sqrt{(2^2 \times 3)^2} \\ = 2^2 \times 3 \\ = 12$$

Tenglikning o'ng tomonini sonning kvadrati shaklida yozib olamiz.

$$\square \times \square = \square^2$$

Bunda $\square = 2^2 \times 3$.
Kvadrat ildiz olamiz.

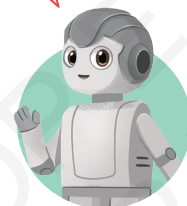


TAYANCH ATAMALAR

- kvadrat
- arifmetik kvadrat ildiz
- sonning kvadrati
- to'la kvadrat son
- kub
- kub ildiz
- to'la kub son
- sonning kubi

BELGILASHLAR

" $\sqrt{\quad}$ " kvadrat ildizning belgilanishi. $\sqrt{9}$ yozuvi 9 ning kvadrat ildizini anglatadi.
 $\sqrt{9} = 3$.
 $\sqrt{64}$ nechaga teng bo'ladi?



ESLANG!

Istalgan n natural son uchun $\sqrt{n^2} = n$ tenglik o'rinli bo'ladi.



E'TIBOR BERING!

Kalkulyatorda $\sqrt{\quad}$ tugmasidan foydalanib sonning kvadrat ildizini topishimiz mumkin.



O'YLAB KO'RING

144 ning har bir tub ko'paytuvchisining darajasiga va kvadrat ildiziga e'tibor bering. To'la kvadrat sonning har bir tub ko'paytuvchisining darajalari va uning kvadrat ildizi haqida nima deya olasiz?

13 MASHQ

484 ni daraja ko'rinishida tub ko'paytuvchilarining ko'paytmasi shaklida yozing. Undan $\sqrt{484}$ ni toping.

14 MISOL

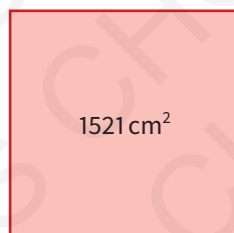
Kvadratning yuzi 1521 cm^2 ga teng. Tub ko'paytuvchilar yoyilmasidan foydalanib kvadrat tomonining uzunligini toping.

YECHISH

Bu sonni tub ko'paytuvchilarga ajratsak, $1521 = 3 \times 3 \times 13 \times 13$ bo'ladi. Kvadratning yuzi = tomoni $\times$ tomoni.

$$\begin{aligned} \text{Tomon} &= \sqrt{\text{Yuzi}} \\ &= \sqrt{3 \times 3 \times 13 \times 13} \\ &= \sqrt{(3 \times 13)^2} \\ &= 3 \times 13 \\ &= 39 \text{ cm} \end{aligned}$$

Kvadrat tomonining uzunligi 39 cm ga teng.



MUHOKAMA QILING!

$n = 2^6 \times 5^4 \times 7^3$ berilgan. n soni to'la kvadrat bo'ladimi? Javobingizni tushuntiring.



MUHOKAMA QILING!

Sonning tub son bo'lishini aniqlash uchun uning kvadrat ildizidan kichik bo'lgan barcha tub sonlarga bo'linishini tekshirish yetarli bo'ladimi? Javobingizni tushuntiring.

14 MASHQ

Kvadratning yuzi 7225 cm^2 ga teng. Tub ko'paytuvchilar yoyilmasidan foydalanib kvadrat tomonining uzunligini toping.

15 MISOL

n shunday sonki, $40 \times n$ to'la kvadrat bo'ladi. n ning eng kichik natural qiymatini toping.

TAHLIL

$40 \times n$ soni to'la kvadrat bo'lishi uchun n soni 40 ga teng bo'lishi mumkin. Ya'ni (40×40) to'la kvadrat bo'ladi. Bundan tashqari, $40 \times n$ ifoda to'la kvadrat bo'ladigan n ning boshqa qiymatlari ham mavjud.

$$\begin{aligned}\text{Masalan, } 40 \times n &= 40 \times 40 \times 2 \times 2 \\ &= (40 \times 2) \times (40 \times 2).\end{aligned}$$

n ning eng kichik qiymati 40 mi? Qanday aniqlasak bo'ladi?

Buni aniqlash uchun 40 ni tub ko'paytuvchilarga ajratamiz. Lekin n ni tub ko'paytuvchilarga ajrata olmaymiz.

YECHISH

$$\begin{aligned}40 \times n &= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times n \\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times n \\ &= (2 \times 2 \times 5) \times (2 \times n)\end{aligned}$$

Bundan n ning eng kichik natural qiymatini topish uchun $40 \times n$ to'la kvadrat bo'lgani sababli $(2 \times 2 \times 5)$ va $(2 \times n)$ ifodalari bir xil bo'lishi lozim.

$$\begin{aligned}40 \times n &= (2 \times 2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) \\ \therefore n &= 2 \times 5 \\ &= 10\end{aligned}$$

n ning eng kichik natural qiymati 10 ga teng.



O'YLAB KO'RING

- 1 $40 \times n$ ifoda to'la kvadrat bo'ladigan n ning boshqa qiymatlari bormi?
- 2 $40 \times n$ ifoda to'la kvadrat bo'ladigan n ning eng kichik qiymati 2×5 ekaniga ishonchingiz komilmi? Javobingizni tushuntiring.

15 MASHQ

k shunday sonki, $24 \times k$ to'la kvadrat bo'ladi. k ning eng kichik natural qiymatini toping.

B Kub ildizlar

$2 \times 2 \times 2 = 2^3$ daraja shaklida yoza olamiz. “ 2^3 ” ifodasi “2 ning kubi” deb o‘qiladi. $2^3 = 8$ bo‘lgani uchun 8 soni 2 ning **kubi** deyiladi. Shuningdek, 2 soni 8 ning **kub ildizi** deyiladi va bu $\sqrt[3]{8} = 2$ shaklida yoziladi.

Quyidagilarni ham shu tarzda yozamiz:

$$\begin{array}{ll} 1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1 & \text{va} \quad \sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1^3} = 1, \\ 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 & \text{va} \quad \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3, \\ 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 & \text{va} \quad \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4. \end{array}$$

1, 8, 27, 64, ... sonlari **to‘la kub** yoki **kub sonlar** deyiladi. To‘la kubni tub ko‘paytuvchilarga ajratib, uning kub ildizini topishimiz mumkin.

Kub ildizi natural son bo‘lgan son **to‘la kub** deyiladi.

16 MISOL

Tub ko‘paytuvchilarga ajratishdan foydalanib 216 ning kub ildizini toping.

YECHISH

216 ni tub ko‘paytuvchilarga ajrating.

$$\begin{aligned} 216 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 2^3 \times 3^3 \end{aligned}$$

Tub ko‘paytuvchilarni 3 ta teng guruhga ajratamiz.

$$\begin{aligned} 216 &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \\ &= (2 \times 3)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt[3]{216} &= \sqrt[3]{(2 \times 3)^3} \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Tenglikning o‘ng tomonini sonning kubi ko‘rinishida yozib olamiz.

$$\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}^3$$

Bu yerda $\boxed{} = 2 \times 3$.

Kub ildiz olamiz.

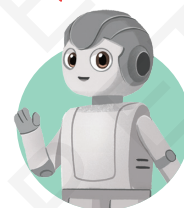


ESLANG!

Har qanday n natural son uchun $\sqrt[3]{n^3} = n$ tenglik o‘rinli bo‘ladi.

BELGILASHLAR

Kvadrat ildizga o‘xshash holatdagidek “ $\sqrt{}$ ” belgi kub ildizning belgilanishi bo‘ladi. Belgilanishdagi “3” sonidan kvadrat ildizdan kub ildizni ajratish uchun foydalanamiz. 8 ning kub ildizini yozish uchun qisqa qilib $\sqrt[3]{8}$ yozuvini ishlatamiz. 1000 ning kub ildizini qanday aniqlaysiz?



E‘TIBOR BERING!

Sonning kub ildizini topish uchun kalkulyatorda $\sqrt[3]{}$ tugmasini ishlatamiz. Ba‘zi hollarda quyidagi tugmani birinchi bosish kerak: **SHIFT**.

16 MASHQ

Tub ko‘paytuvchilarga ajratishdan foydalanib 1728 ning kub ildizini toping.



O'YLAB KO'RING

Son tub ko'paytuvchilarga yoyilgan holda berilgan: $2^6 \times 3^{12} \times 5^{36}$.

- Bu son to'la kub bo'ladimi? Nima uchun?
- Bu son to'la kvadrat bo'ladimi? Nima uchun?
- Ham to'la kvadrat, ham to'la kub bo'ladigan sonlarning tub bo'luvchilari darajalari haqida nima deya olasiz?

17 MISOL

m shunday sonki, $540 \times m$ to'la kub bo'ladi. m ning eng kichik natural qiymatini toping.

TAHLIL

m ning eng kichik qiymatini topish uchun 540 ni tub ko'paytuvchilarining ko'paytmasi ko'rinishida ifodalaymiz, bunda $540 \times m$ ifoda tub bo'luvchilarning uchta bir xil guruhi bo'lishi kerak.

YECHISH

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

$$\begin{aligned}
 540 \times m &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times m \\
 &= (2 \times 3 \times 5) \times (2 \times 3 \times 3 \times m)
 \end{aligned}$$

Bundan m ning eng kichik natural qiymatini topish mumkin:
 $2 \times 3 \times 3 \times m = (2 \times 3 \times 5) \times (2 \times 3 \times 3 \times 5)$. Bu yerda $540 \times m$ to'la kub.

$$\begin{aligned}
 \therefore m &= 2 \times 5 \times 5 \\
 &= 50
 \end{aligned}$$

m ning eng kichik natural qiymati 50 ga teng.



MUHOKAMA QILING!

17-misoldagi m ning eng katta qiymatini topa olasizmi? Javobingizni tushuntiring.



O'YLAB KO'RING

- $540 \times m$ ifoda to'la kub bo'lishi uchun m ning eng kichik qiymati $2 \times 5 \times 5$ ekaniga ishonchingiz komilmi? Javobingizni tushuntiring.
- $m = 50$ bo'lsa, $540 \times m$ ifodaning tub ko'paytuvchilari darajalari haqida nima deya olasiz?

17 MASHQ

k shunday sonki, $600 \times k$ to'la kub bo'ladi. k ning eng kichik natural qiymatini toping.

1.4 MUSTAHKAMLASH MASHQI

BOSHLANG'ICH DARAJA

- 1 Tub ko'paytuvchilarga ajratishdan foydalanib quyidagi sonlarning kvadrat ildizini toping.

a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{121}$
d) $\sqrt{196}$ e) $\sqrt{256}$
f) $\sqrt{441}$ g) $\sqrt{676}$

- 2 Tub ko'paytuvchilarga ajratishdan foydalanib quyidagi sonlarning kub ildizini toping.

a) $\sqrt[3]{343}$ b) $\sqrt[3]{512}$
d) $\sqrt[3]{729}$ e) $\sqrt[3]{1331}$
f) $\sqrt[3]{4096}$ g) $\sqrt[3]{8000}$

O'RTA DARAJA

- 3 Daraja ko'rinishida berilgan sonlarning kvadrat ildizini toping.

a) $5^4 \times 7^2$ b) $2^6 \times 11^{10}$

- 4 Daraja ko'rinishida berilgan sonlarning kub ildizini toping.

a) $2^3 \times 19^6$ b) $3^{12} \times 5^9$

- 5 a) 63 va 117 ning EKUBini toping.

b) a) bandda topilgan EKUBning kvadrat ildizini toping.

- 6 24 va 108 sonlari EKUKining kub ildizini toping.

- 7 a) $2^4 \times 5^2$ ifodaning kubini toping.

b) a) bandda topilgan natijaning kvadrat ildizini toping. Javobingizni daraja ko'rinishida qoldiring.

- 8 a) $7^6 \times 19^3$ ifodaning kvadratini toping.

b) a) bandda topilgan natijaning kub ildizini toping. Javobingizni daraja ko'rinishida qoldiring.

YUQORI DARAJA

- 9 Kvadrat shaklidagi temir idishning yuzi 7056 cm^2 ga teng. Idish tomonining uzunligini toping.

- 10 Kubning hajmi 2197 cm^3 ga teng. Kub qirrasining uzunligini toping.

- 11 Kvadrat shaklidagi romning yuzi 2601 cm^2 ga teng. Uning perimetrini toping.

- 12 a) 129 600 ni tub ko'paytuvchilarga ajrating.
b) Tajriba vaqtida otilgan o'qning tezligi $\sqrt{129\,600} \text{ m/s}$ ga teng bo'ldi. O'q tezligini daraja ko'rinishida yozing.

- 13 Simdan foydalanib kub modeli yasaldi. Kubning hajmi $10\,648 \text{ cm}^3$ ga teng.

- a) Kub qirrasining uzunligini toping.
b) Ishlatilgan simning uzunligini toping.

- 14 6 soni 5 $\blacklozenge$ 32 ning bo'luvchisi, bu yerda $\blacklozenge$ — noma'lum raqam.

- a) $\blacklozenge$ ning barcha qiymatlarini toping.
b) Agar 5 $\blacklozenge$ 32 to'la kub bo'lsa,
1) $\blacklozenge$ ning qiymatini,
2) shu sonning kub ildizini toping.

- d) a) banddagi 5 $\blacklozenge$ 32 ning barcha qiymatlarini o'rganib chiqing. Bu sonlarning ikkita umumiy xossasini ayting.

- 15 n shunday sonki, $2160 \times n$ to'la kvadrat bo'ladi. n ning eng kichik natural qiymatini toping.

- 16 m shunday sonki, $36 \times m$ to'la kub bo'ladi. m ning eng kichik natural qiymatini toping.

- 17 1575 ning bo'luvchilari orasida eng katta to'la kvadrat bo'ladiganini toping.

- 18 n ning shunday eng kichik qiymatini topingki, $600n$ ham to'la kvadrat, ham to'la kub bo'lsin.